# Electrodynamique en régime stationnaire

Ce qui a été dit au chapitre précédent concerne plus particulièrement les aspects macroscopique, l'influence mesurable d'un champ magnétique sur un circuit électrique. or le courant circulant dans un circuit est due au deplacement de particule chargée. nous allons donc presenter l'expression de la force magnetique s'exerçant sur une particule puis montrer comment elle s'exprime sur un circuit

I - Force et moment de Laplace :

1 - force de Laplace :

a - Cas d'une particule.

Une particule de charges Q se deplaçant avec une vitesse $\vec{v}$ dans une zone de l'espace où existe une induction $\vec{B}$ est soumise à la force de Laplace

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

b - Cas d'un élément de circuit :

Dans le cas d'un élement de volume dv d'un circuit, le nombre de particule mobile est n dv avec n : le nombre de particules mobile par unité de volume. la force de Laplace s'exerçant sur l'ensemble des charges du volume dv est dans ce cas $d\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}\, n\, dv = nq\,\vec{v}\, dv \wedge \vec{B} = \vec{j}\, dv \wedge \vec{B}$

nous avons dans ci-dessus l'expression generale de la force crée par un champ magnetique exterieur sur une densité de courant quelconque circulant dans un conducteur (la résultant est evidement donnée par Intégration).

On peut définir une densité volumique de la force de laplace qui est égale à la force de laplace subit par unité de volume

$$\frac{d\vec{F}}{dv} = \vec{j} \wedge \vec{B}$$

c – Cas du circuit filiforme :

Lorsque le conducteur est filiforme on cherche plutôt la force qu'il subit par unité de longueur, sa surface restant de petite dimension.

$$d\vec{F} = \vec{j}\, ds \cdot d\vec{l} \wedge \vec{B}$$
$$= (\vec{j} \cdot \vec{ds})\, \vec{dl} \wedge \vec{B}$$
$$= I\, \vec{dl} \wedge \vec{B}$$

$\vec{dl}$ et $\vec{j}$ sont colinéaires. pour obtenir la résultante du force de Laplace on intègre la force élémentaire $d\vec{F}$ sur le domaine de l'espace qui lui correspond. lorsqu'il s'agit d'une portion du circuit linéique on intègre sur sa longueur $\vec{F} = \int_\gamma d\vec{F} = \int_\gamma I\, \vec{dl} \wedge \vec{B}$

Remarque :

– Pour les circuits de forme complexe il devient difficile de calculer la force à partir de cette expression. Dans ce cas il vaut mieux utiliser une méthode énergétique.

– Le Sens de $d\vec{F}$ est donnée par le trièdre $(d\vec{F}, \vec{dl}, \vec{B})$ qui doit être droit. les règles des 3 doigts de la main droite (indique bien la force). de la main gauche (bien indique la force)

– Sa norme est $F = I B l \sin\alpha$. si $\alpha = \frac{\pi}{2}$ alors la force est maximale, si $\alpha = 0$ alors $F = 0$

2 – Moment de Laplace :

a – Cas d'une distribution linéique :

Considérons une Portion $\gamma$ de circuit linéique parcourue par un courant d'intensité $I$. Soit un pt $P$ de cette portion de circuit est centre d'un élément de longueur $dl$. cette élément de circuit subit la force élémentaire $d\vec{F} = I\vec{dl} \wedge \vec{B}$ ou le vecteur $\vec{dl}$ est orienté dans le sens du parcours du courant.

Le moment au pt $O$ de cette force élémentaire qui s'exerce en $P$ est : $d\vec{\mathcal{M}}_o = \vec{OP} \wedge d\vec{F} = \vec{OP} \wedge (I\, \vec{dl} \wedge \vec{B})$

le moment résultant est :

$$\vec{\mathcal{M}}_0 = \int_\Gamma d\vec{\mathcal{M}}_0 = \int_\Gamma \vec{OP} \wedge (I\, \vec{dl} \wedge \vec{B})$$

b - Cas d'une distribution volumique.

On cherche l'expression du moment en un pt O quelconque des forces de Laplace qui s'exerce sur des courant pouvant être volumique dans la densité est $\vec{j}$. $d\vec{\mathcal{M}}_0 = \vec{OP} \wedge \vec{dF}$

$$= \vec{OP} \wedge (\vec{j} \wedge \vec{B})\, dv$$

le moment résultant est : $\vec{\mathcal{M}}_0 = \iiint \vec{OP} \wedge (\vec{j} \wedge \vec{B})\, dv$

c - Cas d'une distribution surfacique :

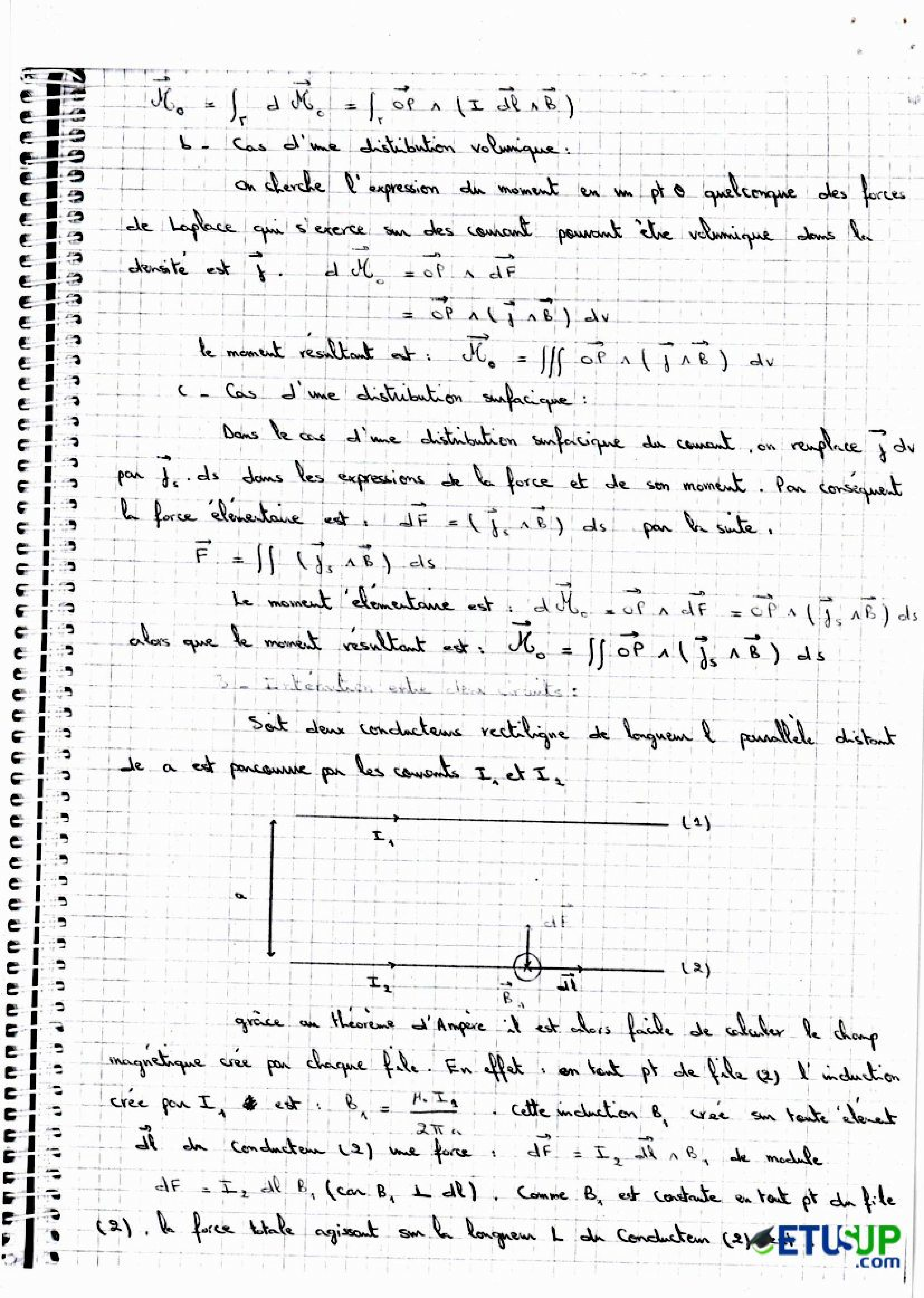
Dans le cas d'une distribution surfacique du courant, on remplace $\vec{j}\,dv$ par $\vec{j}_s \cdot ds$ dans les expressions de la force et de son moment. Par conséquent la force élémentaire est : $\vec{dF} = (\vec{j}_s \wedge \vec{B})\, ds$ par la suite,

$$\vec{F} = \iint (\vec{j}_s \wedge \vec{B})\, ds$$

Le moment élémentaire est : $d\vec{\mathcal{M}}_0 = \vec{OP} \wedge \vec{dF} = \vec{OP} \wedge (\vec{j}_s \wedge \vec{B})\, ds$ alors que le moment résultant est : $\vec{\mathcal{M}}_0 = \iint \vec{OP} \wedge (\vec{j}_s \wedge \vec{B})\, ds$

3 - Interaction entre deux circuits :

Soit deux conducteurs rectiligne de longueur l parallèle distant de a et parcourue par les courants $I_1$ et $I_2$



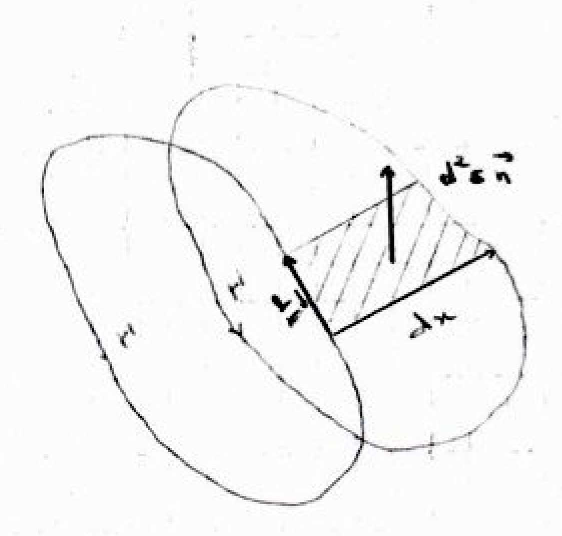

grâce au théorème d'Ampère il est alors facile de calculer le champ magnétique crée par chaque file. En effet : en tout pt de file (2) l'induction crée par $I_1$ est : $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$. Cette induction $B_1$ crée sur toute élément $\vec{dl}$ du conducteur (2) une force : $\vec{dF} = I_2\, \vec{dl} \wedge \vec{B}_1$ de module

$dF = I_2\, dl\, B_1$ (car $B_1 \perp dl$). Comme $B_1$ est constante en tout pt du file (2), la force totale agissant sur la longueur L du conducteur (2)

$$F = \int_0^L dF = I_2 B_1 \int_0^L dl$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi a}$$

réciproquement le file (2) crée sur une longueur $L$ du conducteur (1) une force $F_2$ de même module que $F$ est dirigé dans le sens opposé de celui de $F$.



Considérons un élément $\vec{dl}$ d'un circuit filiforme orienté dans la direction du courant. cet élément subit une force de laplace $\vec{dF}$. pour déplacer le circuit d'une quantité $\vec{dx}$ cette force doit fournir un travail :

$$d^2W = \vec{dF} \cdot \vec{dx}$$
$$= I(\vec{dl} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{dx}$$
$$= I(\vec{dx} \wedge \vec{dl}) \cdot \vec{B}$$
$$= I\, d^2s\, \vec{n} \cdot \vec{B}$$

ou $d^2s\vec{n}$ est la surface élémentaire décrite lors du déplacement de l'élément du circuit ( les 3 vecteurs $\vec{dx}, \vec{dl}, \vec{n}$ forme un trièdre directe ). on reconnait alors l'expression de flux magnétique à travers cette surface balayée appelé flux coupé. par conséquent : $d^2W = I\, d^2\Phi_c$. Pour l'ensemble du circuit de travail due à un déplacement élémentaire $\vec{dx}$ est $dW = \int d^2W = I\, d\Phi_c$ dans le cas d'un déplacement fini $W = I\,\Phi_c$

- **Théorème de maxwell** : le déplacement d'un circuit électrique fermé dans un champ magnétique extérieur engendre un travail des force magnétique égal au produit du courant traversant le circuit par le flux coupé par celui-ci lors de son déplacement : $W = I\,\Phi_c$

2 - Commentaire sur la notion du flux coupé

Le nom du flux coupé provient de notre représentation du champ magnétique sous forme du ligne de champ. lors du déplacement de circuit, celui-ci va passer à travers ces lignes donc les coupés. La notion du flux coupé est très important car il permet parfois de simplifier les calculs. par ailleurs, dans le cas d'un champ magnétique constant dans le temp nous allons démontrer que le flux coupé par le circuit lors de son déplacement est égal à la variation du flux total

$S_L$ (C) (C) I $S_1$ I $S_2$ (1) (2) $\vec{B}$

Soit un circuit (C) orienté parcouru par un courant I est déplacé dans un champ magnétique extérieur, ce circuit défini à toute instant une surface S s'appuyons sur C, lors du déplacement de sa position initiale vers sa position final une surface fermée $S = S_1 + S_f + S_d$ et ainsi décrite ou $S_d$ est la surface balayé lors du déplacement. la conservation du flux magnétique impose alors

$$\iint_S \vec{B}\cdot\vec{n}\, ds = 0 = \iint_{S_d} \vec{B}\cdot\vec{n}\, ds + \iint_{S_1} \vec{B}\cdot\vec{n}\, ds + \iint_{S_2} \vec{B}\cdot\vec{n}\, ds$$

$\phi_s = \phi_c + \phi_1 - \phi_2 = 0 \Rightarrow \phi_c = \phi_2 - \phi_1 = \Delta\phi$ par la suite

$W = I\,(\phi_2 - \phi_1) = I\,\Delta\phi$

le flux a travers la surface balayé est le flux coupé.

W ne depend pas du chemin suivi, il ne dépend que de $\phi_1$ et $\phi_2$

3 - Energie potentielle d'interaction magnétique :

Considérons un circuit électrique parcouru par un courant permanent I est placé dans un champ magnétique. le circuit est donc soumis à la force de laplace, cela signifie qu'il est susceptible de se deplacer et donc de developper une vitesse. si l'on croit au principe de conservation de l'énergie cela signifie que le circuit possède un réservoire d'énergie potentielle $E_p$ lié à la presence du champ magnétique exterieure. cette énergie potentielle est définie par :

$$dE_p = -dW = -I\,d\phi = -d(I\phi)$$

par conséquent $E_p = -I\phi + cste$

La valeur de la constante est souvent choisie arbitrairement nulle à l'infinie

4 - Expression générale de la force et du couple magnétique.

L'expression générale du travail de la force de laplace est :

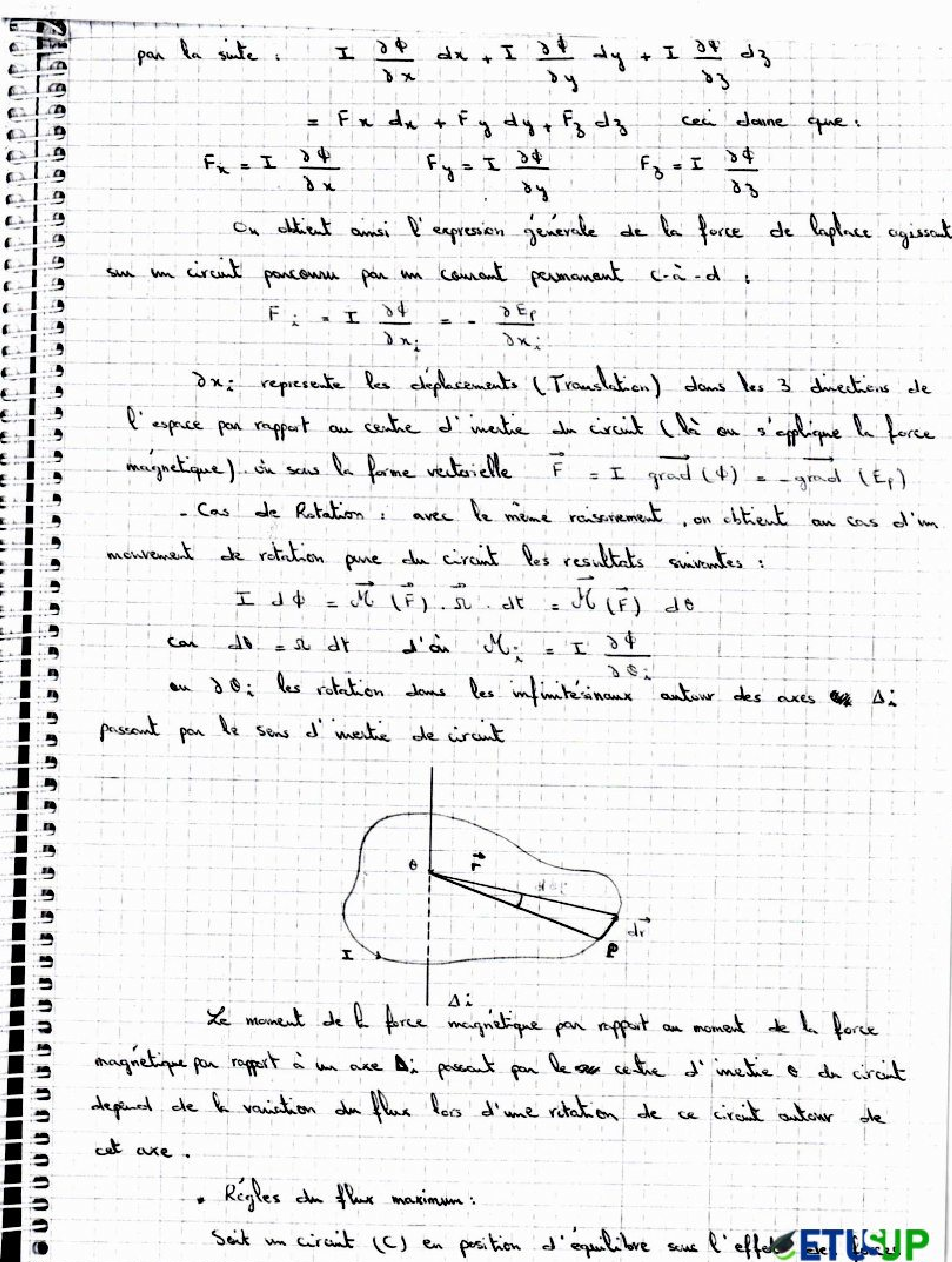
$dW = \vec{F}\,\vec{v}_0\,.\,dt + \mathcal{M}_0(\vec{F})\,.\,\vec{\Omega}\,.\,dt$ ou le premier terme correspond à une translation pure alors que le second à une rotation pure décrite par le vecteur vitesse de rotation $\Omega$. or on sait que : $dW = I\,d\phi$

d'où $I\,d\phi = \vec{F}\,\vec{v}_0\,.\,dt + \mathcal{M}_0(\vec{F})\,.\,\vec{\Omega}\,.\,dt$

- Cas de Translation : Dans ce cas $\vec{\Omega} = 0$ alors $I\,d\phi = \vec{F}\,.\,\vec{v}_0\,.\,dt$

$= \vec{F}\,.\,\vec{dl}$





par la suite : $I \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + I \frac{\partial \phi}{\partial y} dy + I \frac{\partial \phi}{\partial z} dz$

$= F_x \, dx + F_y \, dy + F_z \, dz$ ceci donne que :

$$F_x = I \frac{\partial \phi}{\partial x} \qquad F_y = I \frac{\partial \phi}{\partial y} \qquad F_z = I \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

On obtient ainsi l'expression générale de la force de laplace agissant sur un circuit parcouru par un courant permanent c-à-d :

$$F_i = I \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = - \frac{\partial E_p}{\partial x_i}$$

$\partial x_i$ : represente les déplacements (Translation) dans les 3 directions de l'espace par rapport au centre d'inertie du circuit (là on s'applique la force magnétique) ou sous la forme vectorielle $\vec{F} = I \, \overrightarrow{grad} \, (\phi) = - \overrightarrow{grad} \, (E_p)$

- Cas de Rotation : avec le même raisonnement, on obtient au cas d'un mouvement de rotation pure du circuit les resultats suivantes :

$$I \, d\phi = \vec{\mathcal{M}} (\vec{F}) \, . \, \vec{\Omega} \, . \, dt = \vec{\mathcal{M}} (\vec{F}) \, d\theta$$

car $d\theta = \Omega \, dt$ d'où $\mathcal{M}_i = I \frac{\partial \phi}{\partial \theta_i}$

ou $\partial \theta_i$ : les rotation dans les infinitésimaux autour des axes $\Delta_i$ passant par le sens d'inertie de circuit



Le moment de la force magnétique par rapport au moment de la force magnétique par rapport à un axe $\Delta_i$ passant par le centre d'inertie O du circuit depend de la variation du flux lors d'une rotation de ce circuit autour de cet axe.

- Régles du flux maximum :

Soit un circuit (C) en position d'équilibre sous l'effet des forces

électromagnétique . si on l'écarte de cette position d'équilibre , les forces $\vec{F}$ vont le ramener vers la position de départ . si la position est stable cela signifie que l'operateur doit fournir un travail c'est-à-dire que $\vec{F}$ et le déplacement $d\vec{n}$ sont de sens opposés , le travail est donc négatif .

$$W = I(\Phi_2 - \Phi_1) < 0 \Rightarrow \Phi_2 < \Phi_1$$

**Régle :** Un circuit tend toujours à ce placer dans des conditions d'équilibre stable ou le flux du champ est maximum

**Remarque :** si un circuit est abandonné à lui même , les forces magnétique vont le déplacé dans le sens d'une augmentation du flux . on arrive à l'équilibre lorsque le flux ne peut plus augmenté .


ETUSUP.com